「測定の不確かさ評価の基本」に関するセミナー 実施報告

(一社)日本照明工業会 技術部

1. 目的

日本照明工業会が自主事業として推進する“工業会指定試験所制度*”の拡大加速化を図る上で、指定要件の１つである測定の不確かさ(試験結果の信頼性の指標)に関する啓発活動が喫緊の課題となり、今回、「測定の不確かさ評価の基本」セミナーを開催したので、その概要を報告する。

尚、他１つの指定要件である技術能力の確認手法(実技試験)として、「第２回 試験所間比較」の説明会を本年１月 29 日に実施し、同月末から参加募集を開始して２月末で締め切った。

＊ 一般照明用光源及び器具の光計測に関する試験規格(**JIS C 7801** 等)に基づく試験サービスの品質を確保するために、当工業会が試験事業者を指定する制度。試験所の指定は、測光･測色に関する技術能力の確認結果(合格水準： $|E_n| \leq 1$)と合理的な根拠により見積もられた試験精度(不確かさ)によって判定する。

2. セミナー開催日及び会場

開催日：2015 年 3 月 10 日(火) 13:30～17:00
会　場：全国家電会館５階講堂(東京都文京区湯島 3-6-1)
受講料：1,000 円
対象者：自由参加(会員･非会員を問わない)

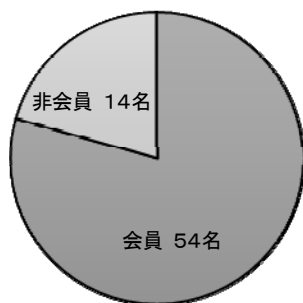
3. プログラム

3.1 不確かさバジェット表の作成　　講師：加登 篤(工業会指定試験所分科会 委員)
- ･タイプ A とタイプ B との判別
- ･確率分布と除数の決定
- ･合成標準不確かさと拡張不確かさ
- ･感度係数による標準不確かさの求め方

3.2 不確かさを求める工夫　　講師：小井土 稔(同上分科会 委員)
- ･相関(因果)関係をもつ要因の不確かさ評価
- ･実験データの扱い方の事例

3.3 不確かさの見積もりに関する留意点　　講師：赤澤 幸造(同上分科会 事務局)

4. 開催状況

参加者：68 人(35 法人),　関係者：10 人

注記)会員：当工業会の会員法人所属参加者

参加者内訳

写真　セミナー会場風景

5. 主な質疑応答（Q:参加者からの席上質問、A:講師及び関係者の回答）

Q1 標準電球の安定･再現性による不確かさ評価において、なぜ実験標準偏差を√n で割るのか？

A1 通常の試験においては、１回限りの測定なので、標準不確かさ＝実験標準偏差として扱える。ただし、プールされた実験標準偏差や繰り返し測定の結果から、平均値のバラツキを標準不確かさとして見積もる場合は、データの実験標準偏差を√n で除して算出する。

Q2 なぜ標準電球の経時変化による不確かさを評価するのか？

A2 標準電球は、点灯時間に伴って光束が低下する。この低下は、標準電球を使用する毎にほぼ等しく減衰していくため、経時変化の不確かさを、校正時（今回の説明では 1 年間）における光束の低下分を幅とする矩形分布として算出する。

Q3 標準電球は１年周期で不確かさを評価しなければならないのか？

A3 １年間の周期は例である。説明を参考にして、試験所が設定する周期で求めると良い。一般的には、校正周期が長くなるほど、経時変化の不確かさは大きくなる。所望する不確かさより、校正周期を設定することができる。

Q4 標準電球の安定･再現性試験において、繰り返し測定に関する点灯条件(基準)はあるのか？（点灯➞エージング➞測定➞消灯を都度繰り返すのか。又は、連続点灯で測定を繰り返すのか）

A4 測定方法は、求める不確かさの内容によって異なる。今回の例では、安定性及び再現性をまとめて評価するため、都度点灯することが必要となる。

Q5 迷光の影響による不確かさ見積もりにおいて、測定値を矩形分布の除数で割る根拠は何か？

A5 今回の評価モデルは、迷光の不確かさを、迷光の最悪値を半幅（片振幅）とする矩形分布を持つと仮定して評価した例である。迷光の不確かさは評価しにくいものであるので、参考として例示した。試験所の状況に応じた不確かさモデルを採用することもできる。

Q6 迷光の評価はどのように行えばよいのか？　評価方法についての規定が必要ではないか？

A6 今回紹介した評価は、迷光が最も生じる場合の影響を評価した。実験室や設備の状態に応じて迷

光の発生はぞれぞれ異なるため一律に評価方法を規定することはできないが、実験室の状態に応じて、迷光の状態を把握して、その最悪値を求めると良い。また、研究論文などを参考にすることもできる。

Q7 品質管理などで日毎のデータ分析をするとき、データ数が日によって異なることがある。この場合に統計学上ではどのように処理すればよいのか？

A7 統計処理の応用問題への対応は、専門書を参照していただきたい。

Q8 不確かさバジェットシートの参考例（**CIE TC2-71** 原案の参考掲載）では、分光放射計の直線性による不確かさ、迷光による不確かさ，積分球の不均等性による不確かさが、寄与率の大半を占めている。また，積分球の不均等性による不確かさの評価は、積分球内面レスポンスの角度特性を測定する必要があるが、測定は非常に難しく、この項目を参考例と同様な方法で測定し評価している国内試験事業者は、ほとんど無いと考える。こうした状況で、**CIE TC2-71** 原案のバジェットシートは参考例として適当なのか？

A8 不確かさの見積もりは、試験事業者が所有する測定装置や測定環境によって異なり、当工業会によるバジェットシート例の作成/公開は，コンサルティングやミスリードに繋がる恐れがあるため差し控えた。しかしながら、不確かさの評価について理解を深めて頂くためには参考例が必要と考え、既公開の国際規格原案を例示した。なお，当会では拡張不確かさ（k=2）の上限値の規制は必要であると考えている。

6. 参加者アンケートについて

講義の終了後に、参加者全員からアンケートを提出して頂いた。多数の方に、自由記述の意見を書いて頂くことができ、実務に活用できそうという記載もあり、参加者の熱意が感じられた。

それぞれの講義に対して、解り易くすること、情報を増やすことに関する要望が多種あり、今後の開催を計画する中で考慮していく。講義に使用したエクセルシートをよく理解するために、データが欲しいという要望もあり、情報をホームページから取り出せるようにしたい。バジェット表の雛形･標準を作る提案もあったが、質疑の A8 に記載しているように、バジェット表の作成は各試験所に委ねるべきと考えている。

7. セミナー配布資料

測定の不確かさ評価の基本

不確かさバジェット表の作成

1）不確かさ評価の概要

2）バジェット表の作成例

不確かさ評価の流れについて

Step1　測定結果にばらつきを与える要因をピックアップ　⇒　不確かさ要因

要因1、要因2、要因3、・・・・・

Step2　個々の不確かさ要因からばらつきの大きさを求める　⇒　標準不確かさ

標準不確かさ1、標準不確かさ2
標準不確かさ3、・・・・・

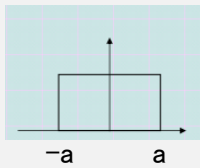
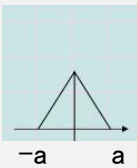
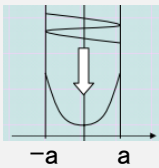
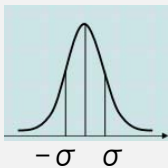
Step3　個々のばらつきを合成し全体的なばらつきを求める　⇒　合成標準不確かさ

各標準不確かさの二乗和の平方根

Step4　全体的なばらつきより最終的に報告する値を求める　⇒　拡張不確かさ

合成標準不確かさに包含係数（k＝2）を掛ける

標準不確かさを求めるには

タイプAの評価法

実験からデータを得てばらつきを求める(統計的手法)。
データ処理には、表計算ソフトを用いて効率良く求めると良い。
例えば、エクセルであれば、関数式　STDEV　を使用する。

タイプBの評価法

統計的手法によらないもので、確率分布を仮定してばらつきを推定する。例えば、次のものがある。

- 標準器の校正の不確かさ(校正証明書から引用)
- 測定器のスペック(カタログ，取扱説明書から引用)
- 測定器の読み取り分解能(分解能から推定)
- 理論的あるいは経験的に求めるもの
  (直線性，時間的変化，環境条件の影響)

確率分布と除数について

−a　a	−a　a	−a　a	−σ　σ
矩形分布(一様分布)	三角分布	U字分布	正規分布
最もよく使われる分布 限界値のときなどに適用。 除数は　√3	中心が多く、端にいくほど少なくなる分布に適用。 正規分布のときはこの分布を適用することが多い。 除数は　√6	周期的に変化する要因に対して適用。 除数は　√2	校正証明書などで不確かさが分かっている時に適用。 除数は　2
a / √3	a / √6	a / √2	U / 2

※　a　は半値幅　⇔　推定する上限と下限の間の半分

配光測定について

JIS C 8105-5　に従い配光測定をおこなう過程の中で、次の2つの行為を考える。

①配光測定装置の校正

⇒　受光器出力を光度又は照度に換算する換算係数を求めなければならない

⇒　標準電球の測定

②サンプル品の測定

それぞれ測定の不確かさがある

※本資料のバジェット表作成は、①を想定している。
最終的な配光測定の不確かさを求めるには　②のバジェット表も作成し①、②それぞれで得られる合成標準不確かさを更に合成すること

バジェット表の作成で想定している配光測定装置

平面鏡が回転する配光測定装置

Step1　不確かさの要因について

測定の不確かさの要因をピックアップする

①標準電球の校正の不確かさ　・・・　u_1

②標準電球測定の安定性･再現性による不確かさ　・・・　u_2

③標準電球の経時変化による不確かさ　・・・　u_3

④測定室内の反射の影響による不確かさ　・・・　u_4

⑤測定室内の温度変化の影響による不確かさ　・・・　u_5

・・・・・　要因は装置の種類･環境によって様々である

※各要因に対し記号を付けておくと分かり易い

バジェット表の作成例

Step1　不確かさの要因について

JIS C 8105-5　附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ
u_1	標準電球の校正の不確かさ						
u_2	標準電球測定の安定性･再現性による不確かさ						
u_3	標準電球の経時変化による不確かさ						
u_4	測定室内の反射の影響による不確かさ						
u_5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ						
u_c	合成標準不確かさ						
U	拡張不確かさ						

Step2　標準不確かさ　･･･　u_1

u_1　標準電球の校正の不確かさ

使用した標準電球には校正証明書が付いており、そこには、次のように記載されていた。

校正結果　　：　試験電流　3.2　A　全光束　880.0　lm

拡張不確かさ　：　1.2　%　（　k　＝　2　）

校正証明書からの情報であるので、正規分布を仮定し（除数は2）、校正の標準不確かさは

1.2　÷　2　＝　0.6　（%）

バジェット表の作成例

Step2　標準不確かさ　･･･　u_1

JIS C 8105-5　附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ
u_1	標準電球の校正の不確かさ	B	正規分布	2	0.6%	1	0.6%
u_2	標準電球測定の安定性･再現性による不確かさ						
u_3	標準電球の経時変化による不確かさ						
u_4	測定室内の反射の影響による不確かさ						
u_5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ						
u_c	合成標準不確かさ						
U	拡張不確かさ						

Step2 標準不確かさ ・・・ u_2

u_2 標準電球測定の安定性・再現性による不確かさ

7回の全光束測定結果より統計的手法を用いて算出する。

	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	6回目	7回目	平均値
全光束（lm）	881.0	887.6	876.8	870.3	877.4	879.7	887.2	880.0

実験標準偏差 6.08 （lm） ← 関数式 STDEV(範囲)
標準不確かさ 2.30 （lm） ← 実験標準偏差を$\sqrt{7}$（繰返し回数の平方根）で除す。
標準不確かさ 0.26 （%） ← 相対値にする。

Step2 標準不確かさ ・・・ u_2

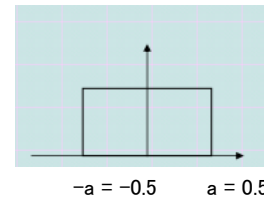
JIS C 8105-5 附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ
u_1	標準電球の校正の不確かさ	B	正規分布	2	0.6%	1	0.6%
u_2	標準電球測定の安定性・再現性による不確かさ	A	-	-	0.26%	1	0.26%
u_3	標準電球の経時変化による不確かさ						
u_4	測定室内の反射の影響による不確かさ						
u_5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ						
u_c	合成標準不確かさ						
U	拡張不確かさ						

Step2　標準不確かさ　・・・　u3

u3　標準電球の経時変化による不確かさ

直近3年間の校正履歴は下表のとおりである。

	2年前	1年前	今年
校正履歴（lm）	880.5	881.0	880.0

校正値は、880.0lmから881.0lmの間で一様にばらつくものと考え矩形分布（除数は√3）と仮定する。

また、半値幅aは次のように求める。

$$a = (881.0 - 880.0) \div 2 = 0.5 \ \text{(lm)}$$

したがって標準不確かさは

$$0.5 \div \sqrt{3} \fallingdotseq 0.29 \ \text{(lm)}$$

3年間の全光束の平均を基準とし標準不確かさの相対値を求めると

$$0.29 \div 880.5 \times 100 \fallingdotseq 0.03 \ (\%)$$

バジェット表の作成例

Step2　標準不確かさ　・・・　u3

JIS C 8105-5　附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ
u1	標準電球の校正の不確かさ	B	正規分布	2	0.6%	1	0.6%
u2	標準電球測定の安定性・再現性による不確かさ	A	-	-	0.26%	1	0.26%
u3	標準電球の経時変化による不確かさ	B	矩形分布	√3	0.03%	1	0.03%
u4	測定室内の反射の影響による不確かさ						
u5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ						
uc	合成標準不確かさ						
U	拡張不確かさ						

Step2 標準不確かさ ・・・ u4

u4 測定室内の反射の影響による不確かさ

受光器に直接光が入らない位置で標準電球 880lmを点灯した。

このとき配光測定装置に何も装着しないまま測定をおこない得られた全光束 0.8lmを測定室内の反射の影響（迷光）とみなす。

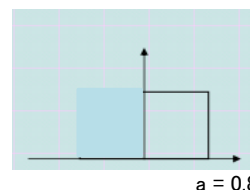
この確率分布は矩形分布（除数は$\sqrt{3}$）と仮定するが、その分布は明らかに中心より上にあるため、半値幅aは0.8lmとなる。

したがって標準不確かさは

$0.8 \div \sqrt{3} \fallingdotseq 0.46$ （lm）

標準電球の全光束に対する割合は

$0.46 \div 880 \times 100 \fallingdotseq 0.05$ （%）

a = 0.8

Step2 標準不確かさ ・・・ u4

JIS C 8105-5 附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ
u_1	標準電球の校正の不確かさ	B	正規分布	2	0.6%	1	0.6%
u_2	標準電球測定の安定性･再現性による不確かさ	A	-	-	0.26%	1	0.26%
u_3	標準電球の経時変化による不確かさ	B	矩形分布	$\sqrt{3}$	0.03%	1	0.03%
u_4	測定室内の反射の影響による不確かさ	B	矩形分布	$\sqrt{3}$	0.05%	1	0.05%
u_5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ						
u_c	合成標準不確かさ						
U	拡張不確かさ						

Step2　標準不確かさ　・・・　u5

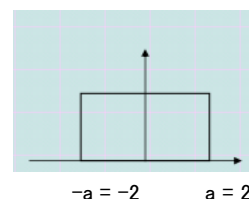
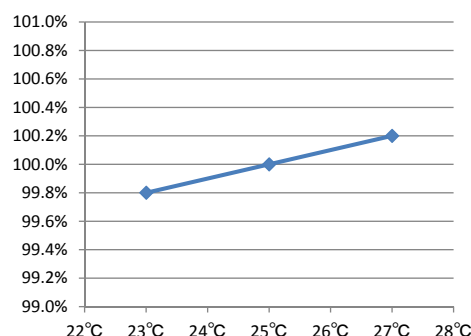
u5　<u>測定室内の温度変化の影響による不確かさ</u>

測定室内の温度は、25℃±2℃に保たれている。
確率分布を矩形分布（除数は√3）と仮定する。
半値幅aは、2℃であるから、標準不確かさは

$2 \div \sqrt{3} \fallingdotseq 1.16$ （℃）

また、使用する受光器の光出力は
周囲温度の変化により、グラフのような
特性がある。これにより、周囲温度の
標準不確かさを、**<u>感度係数</u>**をもちいて
光束測定の標準不確かさに換算する。

$1.16 \times 0.1 = 0.12$ （%）

バジェット表の作成例

Step2　標準不確かさ　・・・　u5

JIS C 8105-5　附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ
u1	標準電球の校正の不確かさ	B	正規分布	2	0.6%	1	0.6%
u2	標準電球測定の安定性・再現性による不確かさ	A	-	-	0.26%	1	0.26%
u3	標準電球の経時変化による不確かさ	B	矩形分布	√3	0.03%	1	0.03%
u4	測定室内の反射の影響による不確かさ	B	矩形分布	√3	0.05%	1	0.05%
u5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ	B	矩形分布	√3	1.16℃	0.1	0.12%
uc	合成標準不確かさ						
U	拡張不確かさ						

感度係数について

算出した不確かさの単位が測定量の単位と異なる場合は
測定量の単位を合わせる必要がある。使用する計測器の
特性などから適切な係数を求める。

今回のモデルでは、「周囲温度が1℃上がると、受光器の
光出力が0.1%上がる」特性がわかっている。
この場合の感度係数は、0.1 （ %／℃ ） となる。

Step3 合成標準不確かさを求める

各標準不確かさの二乗和の平方根をとる。

u_c：合成標準不確かさ ＝ $\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + u_5^2}$

Step3 合成標準不確かさを求める

JIS C 8105-5 附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ
u_1	標準電球の校正の不確かさ	B	正規分布	2	0.6%	1	0.6%
u_2	標準電球測定の安定性・再現性による不確かさ	A	-	-	0.26%	1	0.26%
u_3	標準電球の経時変化による不確かさ	B	矩形分布	$\sqrt{3}$	0.03%	1	0.03%
u_4	測定室内の反射の影響による不確かさ	B	矩形分布	$\sqrt{3}$	0.05%	1	0.05%
u_5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ	B	矩形分布	$\sqrt{3}$	1.16℃	0.1	0.12%
u_c	合成標準不確かさ						0.67%
U	拡張不確かさ						

Step4 拡張不確かさを求める

①包含係数を決める。一般的には、k＝2 （約95%の信頼水準）である。

②合成標準不確かさに包含係数を掛け拡張不確かさを算出する。

$$U = u_c \times k$$
$$= 0.67 \times 2$$
$$= 1.4\ (\%)$$ ← 有効数字3桁目を切り上げて2桁に丸める

Step4 拡張不確かさを求める

JIS C 8105-5 附属書Aの方法により受光器出力を光度に変換する換算係数の不確かさのバジェット表

記号	不確かさ要因	タイプ	確率分布	除数	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ
u_1	標準電球の校正の不確かさ	B	正規分布	2	0.6%	1	0.6%
u_2	標準電球測定の安定性･再現性による不確かさ	A	-	-	0.26%	1	0.26%
u_3	標準電球の経時変化による不確かさ	B	矩形分布	$\sqrt{3}$	0.03%	1	0.03%
u_4	測定室内の反射の影響による不確かさ	B	矩形分布	$\sqrt{3}$	0.05%	1	0.05%
u_5	測定室内の温度変化の影響による不確かさ	B	矩形分布	$\sqrt{3}$	1.16℃	0.1	0.12%
u_c	合成標準不確かさ						0.67%
U	拡張不確かさ（ k ＝ 2 ）						1.4%

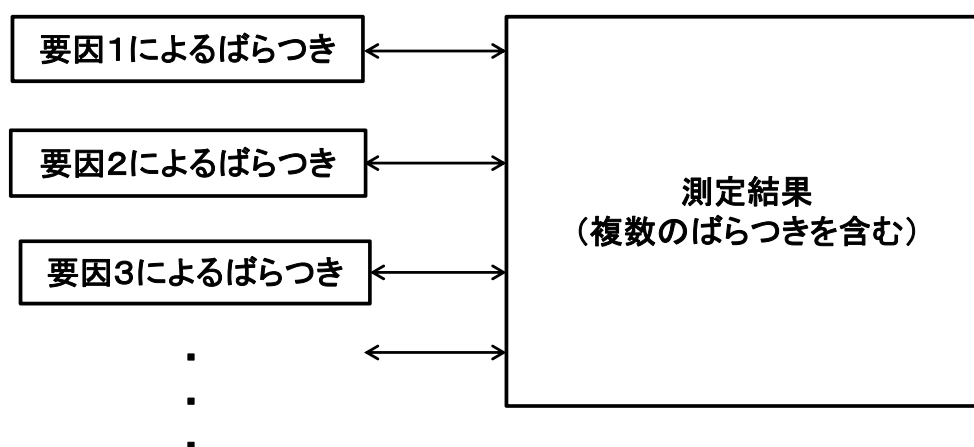
測定の不確かさ評価の基本

不確かさを求める工夫

1）複数の要因が引き起こすばらつきを含むデータから
それぞれのばらつきを抽出する事例
（分散分析）

2）直線関係にあるデータの不確かさの事例
（回帰分析）

分散分析

複数の要因が引き起こすばらつきを含むデータから各要因のばらつきを抽出する方法

測定結果から、それぞれの要因を分離し評価する方法

→　分散分析

分散分析が必要な事例･･･日間の変動評価

日ごとに測定値が変わる可能性がある測定系について、それを評価するために、1日5回の測定を4日間にわたって測定した。

	1回	2回	3回	4回	5回
1日目	12.5	12.3	12.7	12.3	12.2
2日目	12.0	12.1	12.2	12.1	11.9
3日目	12.4	12.3	12.6	12.4	12.5
4日目	12.6	12.6	12.8	12.4	12.6

このような計算をしていませんか？

	1	2	3	4	5	平均$\bar{x}_i$
1日目	12.5	12.3	12.7	12.3	12.2	12.40
2日目	12.0	12.1	12.2	12.1	11.9	12.06
3日目	12.4	12.3	12.6	12.4	12.5	12.44
4日目	12.6	12.6	12.8	12.4	12.6	12.60

・全平均　$\bar{\bar{x}} = 12.37$

・標本分散の算出　$\mathrm{V} = \frac{\sum(\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2}{m-1} = 0.05157$

＊この方法では、分散に一日ごとのばらつき要素も含まれるため、
純粋な日間変動のばらつきといえない。
それぞれの日にちごとのばらつきについても考慮することが必要。

それぞれのばらつき評価の重要性

例：ある測定器１及び測定器２で測定した値に差があるかどうかを調べる。

（方法）

- 電球を用いて測定器１及び測定器２で光束値を各５回測定する。
- 2種類の測定器で測定された値の平均値を比較することのよって、差があるかどうかを判断する。

測定結果1

・平均値の比較で差があることがいえるか？

	1	2	3	4	5	平均値
測定器1	99.9	100.2	100.1	100.2	100.0	100.08
測定器2	100.2	100.5	100.3	100.4	100.5	100.38

このデータにより平均値が0.3異なっているのが分かる。

個々のデータをみても差がありそうである。

２つの測定器間には差が存在すると言えそうである。

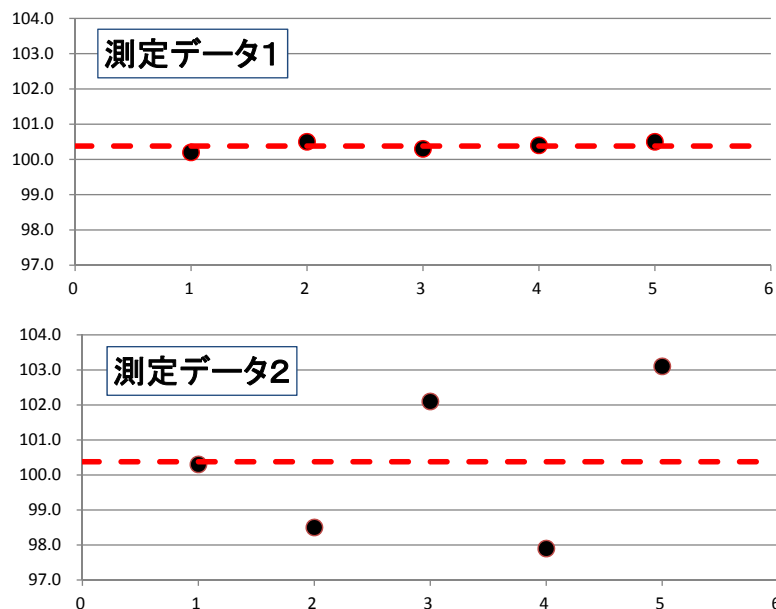
測定データ2

・平均値の比較で差があることがいえるか？

	1	2	3	4	5	平均値
測定器1	101.9	99.0	103.6	98.2	97.7	100.08
測定器2	100.3	98.5	102.1	97.9	103.1	100.38

- 先ほどと同じく、平均値が0.3異なっているのが分かる。
- 個々のデータをみても差が？？？？
- この場合は二つの測定器に差が存在するといえない？？？

各測定データのばらつき

- 二つの結果をグラフで表すと・・・

それぞれのばらつき評価の重要性

- 測定データ1は明らかに二つ測定器に差があるようだが、測定データ2では、測定器に差があるのではなく、繰り返しのばらつきが大きいため、たまたま2つの平均値に差が出たと考えられる。
- 平均値の差だけに注目すればよいわけでなく、平均値の差が、繰り返しのばらつきと比べどの程度の大きさであるかということを考える必要がある。

分散分析の意義

- 分散分析は、平均値の差の分散と繰り返しによる分散の大きさを比較し、それが本当に有意な差があるかどうかを求める手法である。

分散分析の基本事項 【変動(二乗和)について】

・全変動(測定全体のデータが持っているばらつき)

$$S_t = \sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{\bar{x}})^2$$

・級間変動(因子間の変動)

$$S_A = \sum_i \sum_j (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2$$

・級内変動(因子内の変動)

$$S_e = \sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

- $S_t = S_A + S_e$

分散分析の基本事項 【各変動の自由度】

変動	自由度
全変動	$mn-1$
級間変動	$m-1$
級内変動	$mn-m \quad =m(n-1)$

- 全変動・・・データ数はmn,全平均を1つ使う
- 級間変動・・・データ数はm,全平均を1つ使う
- 級内変動・・・データ数はmn,各水準の平均をm個使う

分散分析の基本事項【分散分析表】

	S（変動）	f（自由度）	V（分散）	$E(V)$（分析の期待値）
A	$S_A=\sum_i\sum_j\left(\overline{x}_i-\overline{\overline{x}}\right)^2$	$f_A=m\text{-}1$	S_A/f_A	$\sigma_e{}^2+n\sigma_A{}^2$
e	$S_e=\sum_i\sum_j\left(x_{ij}-\overline{x}_i\right)^2$	$f_e=m(n\text{-}1)$	S_e/f_e	$\sigma_e{}^2$
T	$S_T=\sum_i\sum_j\left(x_{ij}-\overline{\overline{x}}\right)^2$	$f_T=mn\text{-}1$	(S_T/f_T)	

例：測定者による測定値の差

実験法

・1個の電球の光束値を
６人の測定者が各4回ずつ
繰返し測定を行う。

測定者	繰返し(lm)			
	1	2	3	4
A	403	404	402	404
B	404	404	403	404
C	403	403	403	403
D	406	406	405	405
E	403	404	403	404
F	403	403	402	403

分散分析結果

要因	S	f	V	$E(V)$
A	19.375	5	3.875	${\sigma_e}^2 + n{\sigma_A}^2$
e	6.250	18	0.3472	${\sigma_e}^2$
T	25.625	23		

よって、

$$\hat{\sigma}_A = \sqrt{\frac{V_A - V_e}{n}} = \sqrt{\frac{3.875 - 0.3472}{4}} = 0.9391$$

$\hat{\sigma}_e = \sqrt{0.3472} = 0.589$ (「^」は推定値)

不確かさ　$u_A = \hat{\sigma}_A \ / \sqrt{n}$　**(n：通常測定時の繰り返し回数)**

分散分析の前提条件

・線形仮定（一次式で表せる）

・誤差項に関する過程
誤差の不偏性、等分散性、独立性・・・・

測定の不確かさ評価の基本

直線関係にあるデータの不確かさの事例
（回帰分析）

事例：受光器の直線性測定

受光器の直線性を調べるため照度xにおける表示値yを測定し、記録した。

	1	2	3	4	5
照度x　(lx)	0	20	40	60	80
測定値y	0.1	20.4	40.1	59.8	79.9

この受光器の表示値が50のときの照度と、その不確かさを求める。

直線回帰の計算

【データ】	1	2	3	4	5	平均
照度(x)	0	20	40	60	80	40
測定値(y)	0.1	20.4	40.1	59.8	79.9	40.06

【偏差】	1	2	3	4	5
$x_i - \bar{x}$	-40	-20	0	20	40
$y_i - \bar{y}$	−39.96	−19.66	0.04	19.74	39.84

【二乗(和)】	1	2	3	4	5	和
$(x_i - \bar{x})^2$	1600	400	0	400	1600	4000
$(y_i - \bar{y})^2$	1596.802	386.5156	0.0016	389.6676	1587.226	3960
$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	1598.4	393.2	0	394.8	1593.6	3980

$\Sigma(x_i - \bar{x})^2 = 4000$　　$\Sigma(y_i - \bar{y})^2 = 3960$　　$\Sigma(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 3980$

校正式の算出

＊ $y = \beta + \alpha x$　の関係式を求める。

$$\sum_{i=l}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = 4000 \qquad \sum_{i=l}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = 3960 \qquad \sum_{i=l}^{n}(x_i - \bar{x})^2(y_i - \bar{y})^2 = 3980$$

（傾き）

$$\hat{\beta} = \frac{\Sigma_i (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}{\Sigma_i (x_i - \bar{x})^2} = \frac{3980}{4000} = 0.995$$

（切片）

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}\bar{x} = 40.06 - 0.995 \times 40 = 0.2600$$

関係式　$y = 0.2600 + 0.995x$

＊ 測定値 y_0 から照度 x_0 を求める式は

逆推定を行う校正式　$x_0 = -0.2613 + 1.005y_0$

残差の算出

【データ】	1	2	3	4	5	平均
照度(x)	0	20	40	60	80	40
測定値(y)	0.1	20.4	40.1	59.8	79.9	40.06

【校正式より推定】	1	2	3	4	5
照度(x)	0	20	40	60	80
y　の推定値	0.26	20.16	40.06	59.96	79.86

【測定値ー推定値】	1	2	3	4	5	和
y　の残差	−0.16	0.24	0.04	−0.16	0.04	
残差の二乗	0.0256	0.0576	0.0016	0.0256	0.0016	0.112

＊残差の分散

$$\hat{\sigma}_c{}^2 = \frac{\sum_{i=l}^{n}\{y_i - (\hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i)\}^2}{n-2} = 0.0373$$

＊残差の標準偏差

$$\hat{\sigma}_c = \sqrt{0.0373} = 0.193$$

測定結果とその不確かさ

校正式　$x_0 = -0.2613 + 1.005y_0$

この受光器の表示値が50のときの照度は、

$$x_0 = -0.2613 + 1.005 \times 50 = 49.99$$

その標準不確かさは、

$$u(x_0) = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}e^2}{\hat{\beta}^2}\left\{\frac{1}{l} + \frac{1}{n} + \frac{(y_0 - \bar{y})^2}{\hat{\beta}^2 \sum(x_i - \bar{x})^2}\right\}}$$

$$= \sqrt{\frac{0.167^2}{0.995^2}\left\{\frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{(50-40.06)^2}{0.995^2 \times 4000}\right\}}$$

$$= 0.215$$

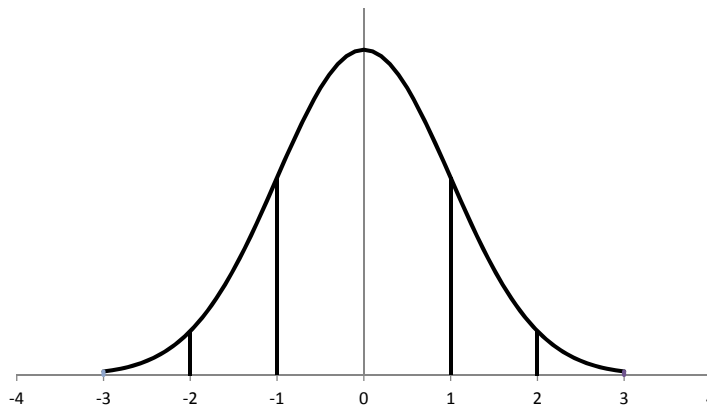
Excelの関数について

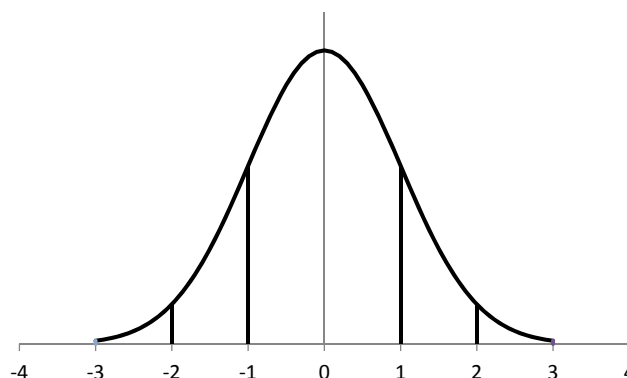
・基本的な関数
・正規分布に関する関数
・乱数（モンテカルロシュミレーション）
・その他

注：Excelバージョンによって異なることがあります。

基本的な関数

・標本平均	:AVERAGE(範囲)
・n-1で割る分散	:VER.S(範囲)
・nで割る分散	:VER.P(範囲)
・n-1で割る標準偏差	:STDEV(範囲)
・nで割る標準偏差	:STDEVP(範囲)
・平方根	:SQRT(範囲)
・和	:SUM(範囲)
・二乗和	:SUMSQ(範囲)

正規分布に関する関数

・規準正規分布の累積分布関数　:NORMSDIST(値)
・規準正規分布の累積分布関数の逆関数　: NORMSINV(確率)

正規分布に関する関数: NORMSDIST(値)

±1σの確率　NORMSDIST(1)－NORMSDIST(-1)＝0.683・・・
±2σの確率　NORMSDIST(2)－NORMSDIST(-2)＝0.954・・・
±3σの確率　NORMSDIST(3)－NORMSDIST(-3)＝0.997・・・

正規分布に関する関数:NORMSINV(確率)

例えば、95%のときの値を知りたい場合は、正規分布は左右対称なので、＝NORMSINV（0.975）で計算できる。

＊0.95＋（1-0.95）/2 ＝0.95＋0.025 ＝ 0.975

NORMSINV（0.975）=1.96　　＊1.96σの範囲

・NORMSINV（0.683＋（1－0.683）/2）＝1

・NORMSINV（0.954＋（1－0.954）/2）＝2

・NORMSINV（0.997＋（1－0.997）/2）＝3

Excel関数

乱数の発生

- 整数の乱数　:RANDBETWEEN（最小値、最大値）
- 0～1の乱数　:RAND（）　括弧内は何も書かない
- -1～1の乱数　:2＊RAND（）- 1
- 正規乱数（正規分布する乱数）:NORMSINV（RAND（））

その他

- COUNTIF（範囲、“条件”）
  ・・・範囲内の値の中で条件を満たす値の個数
  例）COUNTIF（A1:A60,"<"&B7）
  A1:A60の範囲内でB7より小さい値の個数
- FINV（a,f_A,f_e）・・・F検定　　＊分散分析
  a・・・(100×a)%有意で検定を行う。
  f_A・・・因子Aの自由度
  f_e・・・因子eの自由度

日本照明工業会「測定の不確かさ評価の基本」セミナー

不確かさの見積もりに関する留意点

Notes on Calculating Measurement Uncertainties

2015年 3月 10日（火）
於　全国家電会館５階会議室

（一社）日本照明工業会 技術部　赤澤 幸造

目 次

1．不確かさ要因の特定

- 不確かさ評価で一番難しいのは，不確かさ要因（不確かさの項目）の特定である。
- 不確かさ要因は色々あるが，抽出されたものの全てについて見積もりに加える必要はない。
- 最終的な不確かさ（合成標準不確かさ）に与える影響が小さく無視できる要因＊は切り捨て，
- 影響が大きなものをピックアップすることが重要である。

1．不確かさ要因の特定（つづき）

＊ 切り捨ての目安は，相関がない場合，一番大きな要因の1／10以下のものを選ぶとよい。

一番大きな要因の1／10の場合，最終的な不確かさに与える影響は，一番大きな要因の0.5％未満である。
〔合成標準不確かさ試算例〕 $\sqrt{(1^2+0.1^2)} \fallingdotseq 1.004988 \fallingdotseq 100.499\%$

不確かさは通常，多くとも2桁で報告すればよいことから，0.5％未満の影響は小さく無視できることになる。

このため，要因の大小関係によっては，1／4程度のものでも影響しないことがある。

1. 不確かさ要因の特定（つづき）

＊ 他方，ある器物の測定では1／10以下となる要因であっても，
他の測定器物では1／10より大きくなる要因もあることから，
一律に切り捨てるのではなく，常に要因の大小関係（合成標準不確かさへの寄与度）を考慮することが必要である。

1. 不確かさ要因の特定（つづき）

全光束測定における主な要因例としては，

- 標準器（標準電球など）の校正の不確かさ
- 標準器（標準電球など）の安定性・再現性による不確かさ
- 標準器（標準電球など）の経年変化による不確かさ
- 測定装置の安定性・再現性による不確かさ
- 測定装置とその校正方法による不確かさ（非直線性，波長ずれ等を含む）
- 繰り返し測定のばらつきによる不確かさ

1. 不確かさ要因の特定（つづき）

- 測定方法や手順に起因する不確かさ
- データ処理方法（補正など）による不確かさ
- 測定対象（被試験ランプ）の短期安定性による不確かさ
  （測定対象の長期安定性・再現性は，通常評価しなくてよい）
- 測定環境（周囲温度など）の影響による不確かさ
- 測定環境（周囲温度など）の測定器の校正の不確かさ

などが挙げられる。

2. 不確かさ成分の評価（標準不確かさの算出）

2.1 タイプAの評価法

十分な数の n 個のデータを取って，それらのデータの統計解析を行い，ばらつきを算出する方法。
これらのデータの実験標準偏差を，繰り返し測定回数 n の平方根で除した値（＝平均値の実験標準偏差）が，
タイプAの評価法で求められた標準不確かさとなる。

n 個のデータの実験標準偏差を $s(x)$， i 個目のデータを x_i，データの平均値を $\bar{x}$ とすると， 実験標準偏差 $s(x)$ は下式で求められる。

$$s(x)=\frac{1}{\sqrt{n-1}}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$$

⇦ 実験標準偏差（測定値のばらつき）

また，n 個のデータの平均値の実験標準偏差 $s(\bar{x})$ は下式で求められる。

$$s(\bar{x})=\frac{s(x)}{\sqrt{n}}$$

⇦ 標準不確かさ（平均値のばらつき）

上記の説明は，毎回n個のデータを取って，その平均値の実験標準偏差を求めるやり方であるが，時間・コスト的に現実的でないことがある。

このような場合，あらかじめ不確かさ評価目的でN個のデータを取って実験標準偏差を評価しておき，実際の試験時の繰り返し測定回数nを少なくする方法が考えられる。

この場合，あらかじめ測定するデータの独立した観測数Nは，十分な数とすることが望ましい。
少ない観測数から求められたタイプA評価の標準不確かさは，信頼性が十分ではなく，適切な評価とはいえない。

ISO/IEC Guide 98-3:2008（測定における不確かさの表現のガイド）附属書G.6.6によれば，独立した観測数は概ね10以上あればよいことが示唆されている。

2．不確かさ成分の評価（つづき）

2.2 タイプBの評価法

- 主として未知のかたより＊を，確率分布を仮定してばらつきとして評価し，標準不確かさに変換する方法。
  ＊その状態を再現するためには時間・費用・人手があまりにも掛かり過ぎて再現することが難しく，知ることが困難なかたより
- 確率分布の限界値（半幅の値）を表1の除数で割った値が，タイプB評価の標準不確かさとなる。
- ただし，校正証明書などで拡張不確かさ（包含係数k＝2）が分かっている時には正規分布を適用し，拡張不確かさを除数（包含係数）“2”で割った値が標準不確かさとなる。

2. 不確かさ成分の評価（つづき）

- また，モンテカルロシミュレーション（乱数は正規分布に基づいて発生）などにより標準不かさを求める場合にも，確率分布を考慮することが大切である。
- モンテカルロシミュレーションにおける除数は，包含区間（包含確率）を踏まえることが必要である。

表1　確率分布と除数

確率分布	除 数
矩形分布（一様分布）	$\sqrt{3}$
三角分布	$\sqrt{6}$
U字分布	$\sqrt{2}$
正規分布	2（校正証明書の場合）

3. 感度係数

- 感度係数（ c_i ）とは，入力量（単位）の変動量を出力量（単位）の変動量に換算するための係数である。
- 測定のモデル式が一次式で直線性が確保されている場合は実験的に求めることもできる。
- しかし，一般的に測定のモデル式は複雑なケースが多いことから，入力量の変動量に対する出力量の変動量を近似で求めることになる。
- この場合，入力量に対する測定のモデル式の「傾き」を求めれば出力量に変換できることから，測定のモデル式を各変数で偏微分することによって，接線の傾き，すなわち「感度係数」を算出することができる。

4. 合成標準不確かさの計算（二乗和の平方根で合成）

合成標準不確かさ u_{c} を求めるには，各標準不確かさを二乗し，足し合わせ，その正の平方根をとる。
測定のモデル式を $Y=f(X_1,X_2,\ldots X_N)$ とし，
出力量 Y の推定値つまり測定の結果を y，
入力量 $X_1,X_2,\ldots X_N$ の推定値をそれぞれ $x_1,x_2,\ldots x_N$，
これらの推定値の標準不確かさ
をそれぞれ $u(x_1),u(x_2),\ldots u(x_N)$ とすると，
前述３．の感度係数を含めて，測定結果 y の
合成標準不確かさ $u_{\mathrm{c}}(y)$ を数式で一般化して
記述すると，以下のとおりとなる。

$$u_{\mathrm{c}}^2(y)=\sum_{i=1}^{N}c_i^2u^2(x_i)=\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{\partial f}{\partial x_i}\right]^2u^2(x_i)$$

5. 包含係数 *k* の決定

- 包含係数(*k* =2) (約95％の信頼の水準)が一般的である。
- モンテカルロシミュレーションの場合，包含係数の代わりに包含区間(包含確率)を用いるため，包含係数は不要となる。

6. 拡張不確かさ(*k* =2)の計算

- 合成標準不確かさに包含係数さ(*k* =2)を乗じて，約95％の信頼水準の拡張不確かさを求める。
- なお，正規分布が仮定できる場合，合成標準不確かさの信頼水準は約68％である。
- 拡張不確かさの有効数字は，例えば，全光束測定の場合では，3桁目を切り上げて2桁に丸めることが多く，一般的にも2桁に丸めればよいとされている。

7．不確かさのバジェットの参考例

CIE TC2-71において原案を作成したLED照明製品の測光規格に，
国内の事情を考慮して修正を加えたバジェット例を以下に紹介する。

要　因 X_i	標準不確かさに対する相対的な寄与 $u_{\mathrm{rel},i}(y)$
全光束標準電球の全光束の不確かさ（校正値の不確かさ）	0.7 %
標準電球の経時変化	0.3 %
標準電球点灯電圧による不確かさ	0.4 %
標準電球の安定性による不確かさ	0.2 %
分光放射計の直線性による不確かさ	0.8 %
分光放射計の波長精度による不確かさ（0.5 nm（k =2)）	0.4 %
分光放射計の迷光による不確かさ（2 700 K ～ 6 500 K）	1.0 %

7．不確かさのバジェットの参考例（つづき）

要　因 X_i	標準不確かさに対する相対的な寄与 $u_{\mathrm{rel},i}(y)$
分光放射計の再現性による不確かさ	0.1 %
自己吸収による不確かさ（補正後）	0.3 % [b]
ランプ近傍の吸収による不確かさ	0.3 %
積分球の不均等性による不確かさ（標準電球との配光特性相違）	0.9 % [c]，（1.8 %）[d]
積分球システムの再現性による不確かさ	0.3 %
積分球システムの安定性による不確かさ（校正間隔）	0.3 %
周囲温度（及び温度計の不確かさ）による不確かさ	0.3 %
試験ランプへの供給電圧（及び電圧計の不確かさ）による不確かさ	0.2 %

つづく

7. 不確かさのバジェットの参考例（つづき）

要　因 X_i	標準不確かさに対する相対的な寄与 $u_{\mathrm{rel},i}(y)$
試験ランプの再現性（安定性を含む）	0.3 %
相対合成標準不確かさ	2.0 %[c]，(2.5 %)[d]
相対拡張不確かさ（k =2）	4.0 %[c]，(5.1 %)[d]

b 数値は，一般的に小形 LED ランプ測定に用いられる反射率 95%の 1.5m 積分球の値である。数値は，積分球の条件及び DUT(Device Under the Test，測定対象物）の大きさにより変化することがある。

c 広配光の光源に対する値。

d 狭配光の光源に対する値。無指向性の標準電球を使い補正を施さない場合。

不確かさの見積もり表(Budget sheet：バジェットシート)は，測定装置やシステムにより異なるため画一なものは無く，測定者はそれぞれ固有の計測システムに合わせて検討する必要があり，第三者が見ても分かり易いバジェットシートを作成することが大切である。

8. 不確かさの報告の悪い例

- **標準不確かさの算出で用いる除数の間違い**

  バジェットシートの確率分布の欄において，矩形分布と記載されているにも係わらず，除数の欄が“2”と記載されていた。
  事務局から指摘をして“$\sqrt{3}$”に修正してもらった。

- **標準光源のトレーサビリティの不整合**

  光束が少ない低ワットの LED 光源の不確かさ見積もりにも係わらず，標準光源に 200 W 全光束標準電球を使用していた。
  低ワットの LED 光源の測定には少ない光束に適した小さな積分球が使用され，
  一方，参照標準は 200 W あるいは 500 W と大きな光束に適した積分球が使用されているが，
  これら使い分けられた大小積分球間のトレーサビリティ等が提出されたバジェットからは確認できなかった。
  事務局から指摘をして，再評価してもらった。

8．不確かさの報告の悪い例（つづき）

➢提出書類の不足

申請試験区分とバジェットシートが不一致で，試験能力を確認するためのバジェットシートが提出されておらず，技術能力を有していると確認できなかった。
事務局から指摘をして，対応する（試験区分毎の）バジェットシートを提出してもらった。

➢測定設備の概要が不明

提出されたバジェットシートでは，試験設備の概要が分からず，総合判定ができなかった。
事務局から指摘をして，試験規格毎の試験器概要書を作成／提出してもらった。

➢測色の標準が不適切

提出されたバジェットシートでは，ワーキングスタンダード（分光放射照度標準）を積分球の中で点灯させているのか測定方法の内容が

8．不確かさの報告の悪い例（つづき）

確認できなかった。積分球の中で点灯させているのであれば，均一性等の補正が確認できなかった。
事務局から指摘をして，バジェットシート上で明確にしてもらった。

上記以外に想定される悪い例について，紹介する。

➢不確かさ要因の欠如

前述１.項で示した不確かさ要因の例のうち，要因として無視できないもの（又は無視してはいけないもの）がバジェットシートで見積もられていない場合は，技術能力を有していると確認できない。
例えば，標準器（標準電球など）の校正の不確かさは，試験所の測定に起因する要因ではなく，上位の JCSS 登録事業者による校正の曖昧さに起因する要因であり，その標準器（標準電球等）を試験所が使用する場合は不可避的に見積もらなければならないが，このような要因を見積もっていないと，事務局から指摘をして対応してもらうことになる。

8. 不確かさの報告の悪い例（つづき）

➢タイプA評価の不確かさの除数の誤り

実験標準偏差のままバジェットで見積もっていた場合，すなわち繰り返し測定回数n の平方根$\sqrt{n}$で除していない場合は，不確かさの過大評価となる。

逆に，除数が大きすぎる場合（例えば，実際の繰り返し測定回数nの平方根$\sqrt{n}$ではなく，不確かさ評価の目的で取ったデータの観測数N の平方根$\sqrt{N}$ で除した場合）には，一般的に不確かさの過小評価となる。

正しい統計処理をしていないこれらのケースでは，仮に合成標準不確かさの数値的に問題がなかったとしても，事務局から指摘をして対応してもらうことになる。

なお，モンテカルロシミュレーションを行った場合，このような問題は通常発生しない。

8. 不確かさの報告のまとめ

出典
独立行政法人製品評価技術基盤機構　認定センター(IA Japan)
石毛浩美氏作成のプレゼン資料『測定の不確かさについて』から

～視点を変えて～

◆測定不確かさ評価で大事なことは、測定対象(製品、サンプル等)、測定器、測定目的を踏まえた、**測定に対する相場観を測定者自身がもつこと**である。

◆測定不確かさ評価とは、試験所の要員が漠然と感じていた**測定のばらつきの定量化作業**であり、これによって試験結果の信頼性が実証される。

◆正しい理解の下で、測定不確かさを評価し、測定結果の信頼性を得ることが必要である。